NU Science Journal 2008; 5(2): 176 - 189

การใช้ตัวแบบโลจิทสะสมในการศึกษาข้อมูลการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis

ผึ้งพร ลาภส่งผล[1] ณัฐภาภรณ์ รอดรัตษะ[1] วีรานันท์ พงศาภักดี[1]*
และ ทิติยา จิตติหรรษา[2]

The Use of Cumulative Logit Models for Investigating the Inhibition of the Ascophaera Apis Fungus Fiber's Growth Data

Phuengporn Lapsongpho[1], Nattapaporn Rodratsa[1], Veeranun Pongsapukdee[1]*
and Tittiya Jittihansa[2]

[1]ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร จังหวัดนครปฐม 73000
[2]ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร จังหวัดนครปฐม 73000
*Corresponding author, E-mail: veeranun@su.ac.th

บทคัดย่อ

การศึกษาผลของสารสกัดจากชะเอมเทศ ทองพันชั่ง และสาบเสือ ต่อการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis สายพันธุ์ปทุมธานีและเพชรบูรณ์ อาศัยการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตัวแบบโลจิทสะสมแบบ Proportional odds models เพื่อตรวจสอบอิทธิพลของตัวแปรอธิบายต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับ 3 ลำดับที่อยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ตลอดจนเพื่อประมาณความน่าจะเป็นสะสมจากแต่ละกลุ่มของตัวแปรตอบสนองที่สนใจ ข้อมูลที่ศึกษาเป็นข้อมูลจากการวิจัยเชิงทดลองของภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร ผลการวิจัยภายใต้ตัวแบบโลจิทสะสม พบว่า ตัวแปรอธิบายที่ส่งผลต่อตัวแปรตอบสนองที่อยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก คือ ความเข้มข้นที่ระดับ control (conc = 1) สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง (ptype = 1) สารสกัดหยาบจากสาบเสือ (ptype = 2) และตัวทำละลาย butanol (solvent = 3) ส่วนการประมาณความน่าจะเป็นจากตัวแบบ พิจารณาที่ความเข้มข้นระดับ control สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง สารสกัดหยาบจากสาบเสือ และตัวทำละลาย butanol จะส่งผลต่อตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มที่อยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apisในระดับมาก

ด้วยความน่าจะเป็น 0.6639 และจะส่งผลต่อตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มที่อยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apisในระดับปานกลางถึงมาก ด้วยความน่าจะเป็น 0.9635 ซึ่งจะเห็นว่ามีความน่าจะเป็นค่อนข้างสูงต่อการชะลอการเจริญของเส้นใยราดังกล่าว

คำสำคัญ: ตัวแบบโลจิทสะสม ตัวแบบ proportional odds ตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับ ตัวแปรเชิงกลุ่ม

Abstract

The cumulative logit models are applied to the data of the extracted Chaemthad, Tongpanchang and Sabsao which are the herbals used to inhibit the growth of a fungus fiber, “Ascophaera apis”, of Patoomthanee and Phechaboon. The data obtained from the experiments of the department of biology, faculty of Science, Silpakorn University. The objectives of this research are (i) to study the effect of explanatory variables on the response variables, of which the high capability level is more concentrated to inhibit the growth of a fungus fiber and (ii) to investigate the cumulative response category probabilities. The results revealed that the statistical significant factors, effecting to the response variable in high level, are the concentration (conc = 1), the extracted Tongpanchang, the extracted Sabsao and the Butanol solvent. The estimated probabilities under concentration (conc = 1), the extracted Tongpanchang (ptype = 1), the extracted Sabsao (ptype = 2) and Butanol solvent (solvent = 3) for high capability level of the response is approximately equal to 0.6639 and those for high to medium capability levels of the response are approximately equal to 0.9635. These probabilities are possibly and adequately high to inhibit the growth of the fungus fiber as well.

Keywords: Cumulative logit models, Proportional odds model, Ordered categorical variable, Ascophaera apis.

บทนำ

การนำสารสกัดจากพืชเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการรักษาควบคุมโรคในผึ้ง ได้พบว่าสารสกัดหยาบจากพืชและสารเติมแต่งบางชนิดมีผลยับยั้งการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ซึ่งเป็นสาเหตุของโรคชอล์คบรูดในผึ้งพันธุ์ (Jirasripungpun *et al*., 2007) และวันดี งามรัตนกุล และศันสนีย์ นกทอง (2548)ได้เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสารสกัดจากชะเอมเทศ ทองพันชั่ง และสาบเสือ ต่อการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis สายพันธุ์ปทุมธานีและเพชรบูรณ์ พบว่ามีความแตกต่างกันในเชิงสถิติ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสนใจที่จะตรวจสอบประสิทธิผลของผลตอบสนองที่เป็นข้อมูลระดับความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis จากข้อมูลจริงว่าอยู่ในระดับใด โดยใช้ตัวแบบเชิงสถิติที่มีตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับ (ordered categorical response) ซึ่งในปัจจุบันนักวิจัยได้ให้ความสนใจศึกษาลักษณะข้อมูลที่มีตัวแปรตอบสนองเป็นแบบเชิงกลุ่มนี้มากขึ้นและสามารถอาศัยโปรแกรมทางสถิติที่มีประสิทธิภาพสูงช่วยประมวลผลภายใต้ตัวแบบเชิงสถิติ (Pongsapukdee and Sukgumphaphan, 2007) ตัวแบบการวิเคราะห์ข้อมูลที่นิยมใช้สำหรับตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับมีอยู่หลายตัวแบบเช่น ตัวแบบโลจิทสะสม (Cumulative logit models) ตัวแบบ Proportional odds model (Walker and Duncan 1967, McCullagh 1980) ตัวแบบอัตราส่วนต่อเนื่อง (Continuation ratio model, Feinberg 1980) ตัวแบบ Constrained and unconstrained partial proportional odds models (Peterson and Harrell, 1990) และตัวแบบ Adjacent – category logistic model (Agresti, 1984) ซึ่งตัวแบบดังกล่าวต่าง ๆ เป็นตัวแบบที่ได้รับการขยายและพัฒนาจากตัวแบบโลจีสติคแบบพื้นฐานที่ตัวแปรตอบสนองมี 2 กลุ่ม (Agresti, 2002; วีรานันท์ พงศาภักดี 2544; อวิกา โรจน์วิรัตน์ และ วีรานันท์ พงศาภักดี , 2549 –2550)

งานวิจัยนี้สนใจการนำตัวแบบ Proportional odds models ซึ่งเป็นตัวแบบในกลุ่มของตัวแบบโลจิทสะสมมาประยุกต์กับข้อมูลผลลัพธ์ของการทดลองเกี่ยวกับการยับยั้งเชื้อรา Ascophaera apis ในผึ้ง กล่าวอีกนัยหนึ่งเป็นการนำตัวแบบเชิงสถิติเช่นตัวแบบโลจิทสะสมมาศึกษาผลลัพธ์จากการทดลองที่ใช้สารสกัดจากทองพันชั่ง สาบเสือ และชะเอมเทศ ที่มีต่อการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ในผึ้ง ภายใต้ขอบเขตของตัวแปรตอบสนอง 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่ 1. ความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก กลุ่มที่ 2. ความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลาง และกลุ่มที่ 3. ความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย พร้อมทั้งศึกษาความน่าจะเป็นในแต่ละกลุ่มของตัวแปรตอบสนองจากตัวแบบที่นำมาวิเคราะห์ด้วย

การวิเคราะห์ข้อมูลที่มีตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับโดยทั่วไปใช้ฟังก์ชันการแจกแจงโลจิทสะสม (Cumulative logit function) ในการแปลงค่าเฉลี่ยของตัวแปรตอบสนอง หรือ ค่าคาดหวังแบบมีเงื่อนไขของ Y เมื่อกำหนดค่าของ X

พิจารณาตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับที่มี k กลุ่ม (1,...,k) ซึ่งมีการแจกแจงแบบพหุนาม (multinomial distribution) สมมติว่า y เป็นค่าตอบสนองของ Y, y = j, j = 1, 2, …, k. และ X แทนตัวแปรอธิบาย $X = (X_1, \dots, X_p)'$

ตัวแบบโลจิทสะสมถูกเสนอโดย Walker และ Duncan ในปี 1967 ต่อมาได้ถูกนำมาปรับใช้และเรียกว่า Proportional odds model โดย McCullagh (1980) ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอธิบาย $X = (X_1, \dots, X_p)'$ กับความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงของ Y กำหนดโดย

$$\log\left[\frac{P(Y \le j \mid X)}{P(Y > j \mid X)}\right] = \alpha_j + \beta' X, \quad j = 1,\dots, k-1.$$

โดยที่

$\alpha_1 \le \alpha_2 \le \dots \le \alpha_{k-1}$ เนื่องจาก $P(Y \le j \mid X)$ เพิ่มขึ้นในแต่ละค่า j เมื่อ X มีค่าคงที่

จุดตัด ($\alpha_j : j = 1, \dots, k-1$) คือ log odds ของ Y ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ j เมื่อ X มีค่าเป็นศูนย์

หรือ $P(Y \le j) = \dfrac{e^{\alpha_j}}{1 + e^{\alpha_j}}$ เมื่อ X มีค่าเป็นศูนย์

เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ β แทน log odds ratio ของ Y ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ j เมื่อตัวแปรอธิบายตัวแปรหนึ่ง, X_i, i = 1, …, p เปลี่ยนไป 1 หน่วย (ตัวแปรต่อเนื่อง) หรือ 1 ระดับ (ตัวแปรเชิงกลุ่ม) ขณะที่ตัวแปรอธิบายตัวอื่น ๆ คงที่ หมายความว่า β ไม่ขึ้นกับ j และตัวแบบนี้มีข้อสมมติเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ X และ Y ที่มีลักษณะที่เป็นเป็นอิสระต่อกันกับ j หรือจุดที่แบ่ง Y ออกเป็น 2 กลุ่มใด ๆ ใน k กลุ่ม ซึ่ง McCullagh (1980) เรียกข้อสมมติของความเท่ากันของ log odds ratio ในทุกๆ จุดตัดของ k กลุ่มว่า “Proportional odds assumption” และเรียกตัวแบบนี้ว่า “Proportional odds model”

การประมาณค่าพารามิเตอร์ β ในตัวแบบ Proportional odds นี้เขียนแทนด้วย $\hat{\beta}$ โดยใช้วิธีฟิชเชอร์-สกอริ่ง (Fisher - scoring method) ในการแก้สมการหาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบย้อนซ้ำ (Iterative maximum likelihood method) และจากตัวแบบสามารถประมาณค่า odds ratio ได้จาก $e^{\hat{\beta}}$

การทดสอบสมมติฐานว่าง $H_0 : \beta = 0$ คู่กับสมมติฐานแย้ง $H_1 : \beta \neq 0$ จะปฏิเสธสมมติฐานว่างถ้าค่า P-value น้อยกว่าระดับนัยสำคัญในการทดสอบ α ภายใต้ตัวสถิติ Wald หรือตัวสถิติผลต่างของ Deviances ระหว่างตัวแบบที่มีและไม่มีพารามิเตอร์ β หมายความว่า ตัวแปรอธิบายนั้นจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรตอบสนองแบบมีลำดับอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ α

ตัวสถิติทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์ของตัวแบบ เพื่อทดสอบนัยสำคัญของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ หรือทดสอบความมีนัยสำคัญของตัวแปรอธิบายในตัวแบบแต่ละตัวแปรว่ามีความสัมพันธ์กับตัวแปรตอบสนองหรือไม่ งานวิจัยนี้อาศัยตัวสถิติ Wald (W^2) และตัวสถิติอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นหรือตัวสถิติ Deviance โดยที่ $W = \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta}_i)}$ มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน หรือ $W^2 = \left(\frac{\hat{\beta}_i}{SE\left(\hat{\beta}_i\right)}\right)^2$ มีการแจกแจงไกล้เคียงแบบไคสแควร์ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ 1 ภายใต้ $H_0 : \beta i = 0$

ส่วนตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นหรือผลต่าง Deviances คือ Deviance = -2 log L (null model) -2 log L (fitted or alternative model) ซึ่งมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วยองศาแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ 1 เมื่อ log L แทนค่าของ log-likelihood (Agresti, 2002) ส่วนการสรุปผลจะปฏิเสธสมมติฐานเมื่อ p-value มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด

การตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ ตัวสถิติที่ใช้เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมหรือภาวะสารูปดีของตัวแบบในงานวิจัยนี้ คือ ตัวสถิติ AIC (Akaike's Information Criterion) ตัวสถิติ SC (Schwarz Criterion) และ -2 Log L โดยที่

AIC = -2 log L + 2((k-1) + p) ที่ได้มาจากการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็น โดยที่ k แทนจำนวนระดับของตัวแปรตอบสนอง และ p แทนจำนวนตัวแปรอธิบายของตัวแบบ ค่า AIC ที่น้อยที่สุดหมายความว่าตัวแบบมีความเหมาะสมมากที่สุด (Burnham and Anderson, 1992)

SC = -2 log L + k log (n) หรือ Schwarz Criterion โดยที่ k แทนจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบ และ n คือขนาดตัวอย่าง ค่า SC ที่น้อยที่สุดหมายความว่าตัวแบบมีความเหมาะสมสำหรับข้อมูลมากที่สุด (Schwarz, 1978)

-2 Log L คือ ตัวสถิติใช้ในการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ เมื่อ L คือ ภาวะน่าจะเป็นของตัวแบบโลจิทสะสม

$$L = \prod_{i=1}^{n}\left[\prod_{j=1}^{k}\left(P\left(Y_i \le j \mid X_i\right) - P\left(Y_i \le j-1 \mid X_i\right)\right)^{y_{ij}}\right]$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left\{\prod_{j=1}^{k}\left(\frac{\exp(\alpha_j + \beta' X_i)}{1+\exp(\alpha_j + \beta' X_i)} - \frac{\exp(\alpha_{j-1} + \beta' X_i)}{1+\exp(\alpha_{j-1} + \beta' X_i)}\right)^{y_{ij}}\right\}$$

ถ้ามีตัวแบบที่ต้องการเลือกหลายตัวแบบแล้ว ตัวแบบที่มีความเหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุดคือตัวแบบที่มีค่า Deviance = -2 Log L น้อยที่สุด

ระเบียบวิธีการวิจัย

ข้อมูลได้จากการทดลองในงานวิจัยของภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร (วันดี งามรัตนกุล และ ศันสนีย์ นกทอง 2548) ตัวแปรตอบสนอง คือ ตัวแปรจำแนกตามกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis จำนวน 3 กลุ่ม ได้แก่ 1 (ความสามารถในการชะลอได้มาก) 2 (ความสามารถในการชะลอได้ปานกลาง) และ 3 (ความสามารถในการชะลอได้น้อย) ตัวแปรอธิบายมีจำนวน 4 ตัวแปร ที่นำมาศึกษาอิทธิพลที่อาจส่งผลต่อตัวแปรตอบสนอง ได้แก่

1. conc : ความเข้มข้น 5 ระดับ ได้แก่ control, 2000 ppm, 3000 ppm, 4000 ppm และ 5000 ppm
2. ชนิดเชื้อรา 2 สายพันธุ์ ได้แก่ สายพันธุ์เพชรบูรณ์ และ ปทุมธานี
3. ptype : สารสกัดหยาบจากพืช 3 ชนิด ได้แก่ ทองพันชั่ง สาบเสือ และชะเอมเทศ
4. solvent : ชนิดตัวทำละลาย 4 ชนิด ได้แก่ hexane, ethyl acetate, butanol และ aqueous

การวิเคราะห์ข้อมูลประกอบด้วยข้อมูลของตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่ม 3 กลุ่มแบบมีลำดับ และข้อมูลของตัวแปรอธิบาย 4 ตัวเป็นเชิงกลุ่มแบบ nominal โดยใช้ตัวแบบโลจิทสะสมแบบ Proportional odds ตรวจสอบข้อสมมติของตัวแบบ (Proportional assumption) ด้วยการทดสอบสกอร์ (Score test) สามารถวัดความเหมาะสมของตัวแบบด้วยตัวสถิติ -2 Log L, AIC และ SC ว่าตัวแบบที่ได้มีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใด และทดสอบนัยสำคัญของสัมประสิทธิ์โลจิทด้วยตัวสถิติวาลด์ (Wald) โดยการวิเคราะห์และการประมวลผลข้อมูลอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป SAS Enterprise Guide Version 3.0

ผลการวิจัย

ผลการตรวจสอบตัวแบบ Proportional Odds model ที่สร้างขึ้นว่ามีความสอดคล้องกับข้อสมมติของตัวแบบหรือไม่ พบว่า ค่าของตัวสถิติไคสแควร์ 17.8490 ให้ค่า p-value = 0.0576 หมายความว่าข้อมูลในการศึกษาผลของสารสกัดจากชะเอมเทศ ทองพันชั่ง และสาบเสือ ต่อการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis สายพันธุ์เพชรบูรณ์และปทุมธานีมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับข้อสมมติของตัวแบบ Proportional Odds model และผลการตรวจสอบภาวะสารูปดี (Goodness-of-Fit) ของตัวแบบ พบว่าตัวแบบมีภาวะสารูปดีกับข้อมูลความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis กับชนิดตัวทำละลาย 4 ชนิด ชนิดเชื้อรา 2 สายพันธุ์ สารสกัดหยาบจากพืช 3 ชนิด และความเข้มข้น 5 ระดับ ของงานวิจัยนี้ (p-value = 0.1041) ส่วนผลการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบโลจิทสะสม พบว่า ให้ค่าของตัวสถิติ AIC, SC และ G^2 หรือ

-2 logL เท่ากับ 675.380, 722.013 และ 651.380 ตามลำดับ ตัวแบบมีความเหมาะสมกับข้อมูล ณ α = 0.05 ภายใต้สถิติไคสแควร์ ณ องศาอิสระ 10 โดยสอดคล้องกับการทดสอบเกี่ยวกับพารามิเตอร์ (β= 0) ของตัวแบบโลจิทสะสมด้วยตัวสถิติ Likelihood Ratio, Score และ Wald ในตาราง 1

ตาราง 1 ตัวสถิติ Likelihood Ratio, Score และ Wald

Test Statistics	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
Likelihood Ratio	95.0588	10	< 0.0001
Score	85.0616	10	< 0.0001
Wald	79.6874	10	< 0.0001

จากตาราง 1 พบว่าผลการทดสอบสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอธิบายในภาพรวมทุกตัวของแบบเท่ากับ 0 หรือไม่ (β= 0) ด้วยตัวสถิติ Likelihood Ratio, Score และ Wald ซึ่งให้ผลลัพธ์ปฏิเสธ H_0 : β = 0 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (p-value= 0.0001 < 0.05) ซึ่งสอดคล้องกับการทดสอบค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอธิบายแต่ละตัว (βi = 0) ของตัวแบบดังแสดงไว้ในตาราง 2 กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ตัวแปรอธิบาย conc, ptype และ solvent จากตัวแบบนั้น มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการพยากรณ์ตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับ 3 กลุ่ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (p-value < 0.05)

ตาราง 2 การทดสอบเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์ในตัวแบบโลจิทสะสม

Effect	DF	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
conc	4	13.1608	0.0105
ptype	2	13.7856	0.0010
solvent	3	63.9658	< 0.0001

ขนาดอิทธิพลจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรอธิบายแสดงไว้ในตาราง 3

ตาราง 3 ค่าประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบโลจิทสะสมด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

Parameter	DF	Estimate	Standard error	Wald	Pr > ChiSq
Intercept	1	-1.7487	0.1513	133.6147	< 0.0001
Intercept	1	0.8448	0.1263	44.7549	< 0.0001
conc(1)	1	-0.7446	0.2165	11.8301	0.0006
ptype(1)	1	0.5356	0.1486	12.9910	0.0003
ptype(2)	1	-0.3891	0.1494	6.7820	0.0092
solvent(3)	1	1.1387	0.1876	36.8600	< 0.0001

จากตาราง 3 แสดงค่าประมาณสัมประสิทธิ์ของตัวแบบโลจิทสะสม ซึ่งเป็นตัวประมาณวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimate or MLE) ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าสัมประสิทธิ์ และค่าสถิติ Wald ซึ่งจากการทดสอบพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวแบบโลจิทสะสม พบว่ามีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 (p-value < 0.05) ได้แก่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรอธิบาย conc, ptype และ solvent ที่ได้จากสมการโลจิทสะสมตัวอย่าง (Estimated cumulative logit) โดยในการวิจัยนี้เป็นกรณีของตัวแปรตอบสนองที่มี 3 กลุ่ม จึงมีผลลัพธ์จำแนกได้เป็น 2 สมการ ดังนี้

$$\log\left[\frac{P(Y \le 1 \mid X)}{P(Y > 1 \mid X)}\right] = -1.7487 - 0.7446\text{conc}(1) + 0.5356\text{ptype}(1) - 0.3891\text{ptype}(2) + 1.1387\text{solvent}(3), \ldots.(1)$$

$$\log\left[\frac{P(Y \le 2 \mid X)}{P(Y > 2 \mid X)}\right] = 0.8448 - 0.7446\text{conc}(1) + 0.5356\text{ptype}(1) - 0.3891\text{ptype}(2) + 1.1387\text{solvent}(3). \ldots.(2)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์สมการ (1) สำหรับตัวแปรความเข้มข้นที่ระดับ control ค่า $e^{-0.7446} \doteq 0.475$ หมายความว่า เมื่อความเข้มข้นที่ระดับ control เปลี่ยนไป 1 ระดับ โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก เป็น 0.475 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย หรือปานกลาง เมื่อตัวแปรอธิบายอื่นๆ คงที่ และอธิบายในทำนองเดียวกันสำหรับตัวแปรอธิบายที่เหลือคือ

สำหรับตัวแปรสารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง ค่า $e^{0.5356} \doteq 1.708$ หมายความว่า เมื่อสารสกัดหยาบจากทองพันชั่งเปลี่ยนไปเป็นชนิดอื่น โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก เป็น 1.708 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย หรือปานกลาง

ส่วนตัวแปรสารสกัดหยาบจากสาบเสือ ค่า $e^{-0.3891} \doteq 0.678$ หมายความว่า เมื่อสารสกัดหยาบจากสาบเสือเปลี่ยนไปเป็นชนิดอื่น โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของ

เส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก เป็น 0.678 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย หรือปานกลาง

และตัวแปรตัวทำละลาย butanol ค่า $e^{1.1387} \doteq 3.123$ หมายความว่า เมื่อตัวทำละลาย butanol เปลี่ยนไปเป็นชนิดอื่น โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก เป็น 3.123 เท่า ของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อยหรือปานกลาง

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์สมการ (2) พบว่าตัวแปรความเข้มข้นที่ระดับ control ค่า $e^{-0.7446} \doteq 0.475$ หมายความว่า เมื่อความเข้มข้นที่ระดับ control เปลี่ยนไป 1 ระดับ โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลางหรือมาก เป็น 0.475 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย เมื่อตัวแปรอธิบายอื่น ๆ คงที่ และอธิบายในทำนองเดียวกันสำหรับตัวแปรอธิบายที่เหลือคือ

ตัวแปรสารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง ค่า $e^{0.5356} \doteq 1.708$ หมายความว่า เมื่อสารสกัดหยาบจากทองพันชั่งเปลี่ยนไปเป็นชนิดอื่น โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลาง หรือ มาก เป็น 1.708 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย

ตัวแปรสารสกัดหยาบจากสาบเสือ ค่า $e^{-0.3891} \doteq 0.678$ หมายความว่า เมื่อสารสกัดหยาบจากสาบเสือเปลี่ยนไปเป็นชนิดอื่น โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลาง หรือมาก เป็น 0.678 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย และตัวแปรตัวทำละลาย butanol ค่า $e^{1.1387} \doteq 3.123$ หมายความว่า เมื่อตัวทำละลาย butanol เปลี่ยนไปเป็นชนิดอื่น โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลางหรือมาก เป็น 3.123 เท่าของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย

นอกจากนี้ จากสมการ (1) ถ้าต้องการวิเคราะห์ในเทอมของ odds จากพยากรณ์ความน่าจะเป็นสะสมจากแต่ละกลุ่มของตัวแปรตอบสนองโดยเริ่มจากกลุ่มที่ 1 ภายใต้ตัวแปรอธิบายต่าง ๆ เช่น ความเข้มข้นที่ระดับ control (conc=1) สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง (ptype=1) สารสกัดหยาบจากสาบเสือ (ptype=2) และตัวทำละลาย butanol (solvent=3) แล้วจะสามารถคำนวณได้ค่าของ $\hat{\varphi} = 0.6808$ นั่นหมายความว่า ความน่าจะเป็นที่ความเข้มข้นที่ระดับ control สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง สารสกัดหยาบจากสาบเสือ และตัวทำละลาย butanol จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก คือ

$$P(Y=1|x) = \frac{e^{0.6808}}{1+e^{0.6808}} = 0.6639 \quad \text{หรือคิดเป็น } 66.39\%$$

จะได้ว่า $P(Y=1|x) = 0.6639, \quad 1- P(Y=1|x) = 0.3361$

$$\therefore Odds = \frac{0.6639}{0.3361} = 1.975$$

หมายความว่า โอกาสที่ความน่าจะเป็นที่อยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มากเป็น 1.975 เท่าของโอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อยหรือ ปานกลาง และเมื่อพิจารณาจากสมการ (2)

จากสมการ (2) ถ้าต้องการวิเคราะห์ในเทอมของ odds จากพยากรณ์ความน่าจะเป็นสะสมจากแต่ละกลุ่มของตัวแปรตอบสนองโดยสะสมจากกลุ่มที่ 1 - 2 ภายใต้ตัวแปรอธิบายต่าง ๆ เช่น ถ้าต้องการพยากรณ์ความเข้มข้นที่ระดับ control (conc=1) สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง (ptype=1), สารสกัดหยาบจากสาบเสือ (ptype=2) และตัวทำละลาย butanol (solvent=3) แล้วจะสามารถคำนวณได้ค่าของ $\hat{\varphi} = 3.2737$ นั่นหมายความว่า ความน่าจะเป็นที่ความเข้มข้นที่ระดับ control สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง สารสกัดหยาบจากสาบเสือ และตัวทำละลาย butanol จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลาง หรือมาก คือ

$$P(Y=1,Y=2|x) = \frac{e^{3.2737}}{1+e^{3.2737}} = 0.9635 \text{ หรือคิดเป็น } 96.35\%$$

จะได้ว่า $P(Y=1,Y=2|x) = 0.9635, \; 1- P(Y=1,Y=2|x_i) = 0.0365$

$$\therefore \text{Odds} = \frac{0.9635}{0.0365} = 26.3973$$

หมายความว่า โอกาสที่ความน่าจะเป็นที่อยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลางหรือ มาก เป็น 26.3973 เท่าของโอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย นอกจากนี้อาจสนใจตรวจสอบจากแต่ละค่าของ Odds จากสัมประสิทธิ์ของแต่ละตัวแปรอธิบายดังในตาราง 4

ตาราง 4 ค่าประมาณ และช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ Odds

Effect	Point Estimate	95% Wald Confidence Intervals
conc 1 vs 5	0.331	(0.171, 0.640)
conc 2 vs 5	0.870	(0.459, 1.647)
conc 3 vs 5	0.832	(0.439, 1.577)
conc 4 vs 5	0.683	(0.359, 1.297)
ftype 1 vs 2	1.129	(0.750, 1.698)
ptype 1 vs 3	1.978	(1.198, 3.265)
ptype 2 vs 3	0.785	(0.474, 1.299)
solvent 1 vs 4	5.740	(3.124, 10.548)
solvent 2 vs 4	3.915	(2.148, 7.134)
solvent 3 vs 4	12.880	(6.819, 24.331)

จากตาราง 4 ตีความหมายของค่าประมาณพารามิเตอร์ ดังนี้

- ความเข้มข้นที่ระดับ control มีโอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 0.331 เท่าของความเข้มข้นที่ระดับ 5000 ppm
- ความเข้มข้นที่ระดับ 2000 ppm มีโอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 0.870 เท่าของความเข้มข้นที่ระดับ 5000 ppm
- ความเข้มข้นที่ระดับ 3000 ppm โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 0.832 เท่าของความเข้มข้นที่ระดับ 5000 ppm
- ความเข้มข้นที่ระดับ 4000 ppm โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 0.683 เท่าของความเข้มข้นที่ระดับ 5000 ppm
- ชนิดเชื้อราสายพันธุ์เพชรบูรณ์ โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 1.129 เท่าของชนิดเชื้อราสายพันธุ์ปทุมธานี
- สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 1.978 เท่าของสารสกัดหยาบจากชะเอมเทศ
- สารสกัดหยาบจากสาบเสือ โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 0.785 เท่าของสารสกัดหยาบจากชะเอมเทศ
- ตัวทำละลาย hexane โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 5.740 เท่าของตัวทำละลาย aqueous

- ตัวทำละลาย ethyl acetate โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 3.915 เท่าของตัวทำละลาย aqueous
- ตัวทำละลาย butanol โอกาสที่จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถมากในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis เป็น 12.880 เท่าของตัวทำละลาย aqueous

สรุปผลการวิจัย

ผลของการวิจัยพบว่า ตัวแบบโลจิทสะสมที่ศึกษามีความสอดคล้องกับข้อสมมติของตัวแบบ Proportional odds model นั่นคือความชันหรือสัมประสิทธิ์โลจิทสะสมคงที่ในแต่ละระดับของตัวแปรตอบสนองของตัวแบบ และพบว่าตัวแบบ Proportional odds มีความเหมาะสมกับข้อมูลที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ตลอดจนพบว่าอิทธิพลของตัวแปรอธิบายต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อตัวแปรตอบสนองอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก ได้แก่ ความเข้มข้นที่ระดับ control (conc=1) สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง (ptype=1) สารสกัดหยาบจากสาบเสือ (ptype=2) และตัวทำละลาย butanol (solvent=3)

การประมาณค่าความน่าจะเป็นสะสมเริ่มต้นจากกลุ่มที่ 1 ที่ความเข้มข้นที่ระดับ control สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง สารสกัดหยาบจากสาบเสือ และตัวทำละลาย butanol จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก มีค่าเท่ากับ 0.6639

การประมาณค่าความน่าจะเป็นสะสมจากกลุ่มที่ 1 - 2 ที่ความเข้มข้นที่ระดับ control สารสกัดหยาบจากทองพันชั่ง สารสกัดหยาบจากสาบเสือ และตัวทำละลาย butanol จะอยู่ในกลุ่มของความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลาง หรือ มาก มีค่าเท่ากับ 0.9635

ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาครั้งนี้มีข้อมูลของการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis โดยวัดค่า inhibition zone (มิลลิเมตร) ทั้งหมด 360 ค่า เนื่องจากความถี่ในกลุ่ม 1 ของตัวแปรตอบสนองมีค่าเท่ากับ 68 (ความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้มาก) มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ ความถี่ในกลุ่ม 2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 169 (ความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้ปานกลาง) และกลุ่ม 3 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 123 (ความสามารถในการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis ได้น้อย) ตามลำดับ ดังนั้นอาจปรับตัวแบบการวิเคราะห์ซึ่งเป็นทางเลือกอื่นๆ เช่น กรณีของแปรตอบสนอง 2 กลุ่ม หรือ มากกว่า (เบญจวรรณ ช้างพึ่ง และ ปานจิต วัฒนสารัช, 2549; ชญาณัฐ โพธิ์นอก และ คณะ, 2550-2551) และยังมีตัวแบบทางเลือกอื่นๆ ที่อาจใช้

สำหรับการวิเคราะห์กับข้อมูลของตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับอีกหลายตัวแบบ ซึ่งอาจมีความเหมาะสมที่แตกต่างกัน ภายใต้เงื่อนไขที่นำไปประยุกต์เป็นกรณี ๆ ไป เช่น Continuation ratio models (Feinberg , 1980), Constrained and unconstrained partial proportional odds models (Bercedis and Harrell, 1990) และ Adjacent – category logistic models (Agresti, 1984) ดังนั้นอาจใช้ตัวแบบทางเลือกเหล่านี้ในการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป ตามเงื่อนไขที่สอดคล้องกับตัวแบบใหม่และการตีความหมายที่ได้จากตัวแบบใหม่ด้วย

เอกสารอ้างอิง

ชญาณัฐ โพธิ์นอก, จิราภรณ์ พลศรี และ วีรานันท์ พงศาภักดี. (2550-2551). การวิเคราะห์ตัวแบบโลจิทสะสมเมื่อมีการยุบกลุ่มของตัวแปรตอบสนองเชิงกลุ่มแบบมีลำดับ วารสารวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ปีที่ 4 ฉบับที่ 2 ตุลาคม 2550 - มีนาคม 2551, 154-164.

เบญจวรรณ ช้างพึ่ง และ ปานจิต วัฒนสารัช. (2549). การศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับพลาสมาเบต้าแคโรทีนและระดับพลาสมาเรตินอลด้วยตัวแบบโลจีสติค. วารสารวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ปีที่ 5 ฉบับที่ 1 เมษายน 2551 – กันยายน 2551, 154-164.

วันดี งามรัตนกุล และ ศันสนีย์ นกทอง. (2548). การศึกษาผลของสารสกัดจากชะเอมเทศ ทองพันชั่ง และสาบเสือ ต่อการชะลอการเจริญของเส้นใยรา Ascophaera apis สายพันธุ์ปทุมธานี และเพชรบูรณ์ สาเหตุของโรคชอล์คบรูดในตัวอ่อนผึ้ง รายงานวิจัย ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.

วีรานันท์ พงศาภักดี. (2544). การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม พิมพ์ครั้งที่ 2 นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.

อวิกา โรจน์วิรัตน์ และ วีรานันท์ พงศาภักดี. (2549 - 2550). การวิเคราะห์ข้อมูลขนาดสมองและปัจจัยที่เกี่ยวข้องภายใต้ตัวแบบโลจิทเมื่อตัวแปรอธิบายเป็นแบบเชิงกลุ่มทั้งหมดและไม่ใช่เชิงกลุ่ม วารสารวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ปีที่ 3 ฉบับที่ 2 ตุลาคม 2549 - มีนาคม 2550, 71-187.

Agresti , A. (1984). ***Analysis of Ordinal Categorical Data.*** Willey, New York.

Agresti, A. (2002). ***Categorical Data Analysis*****,** 2nd ed., Wiley, New York.

Bercedis, P. and Harrell, F.E. (1990). Partial Proportional Odds Models for Ordinal Response Variables. *Applied Statistics*. *39*(2), 205-217.

Burnham, K.P. and Anderson, D.R. (1992). Data-based selection of an appropriate biological model: the key to modern data analysis, In Wildlife 2001: Populations (eds D.R. McCullough and R.H. Barrett), *Elsevier Science Publishers*, 16-30.

Fienberg, S.E. (1980). Fisher's contributions to the analysis of categorical data. pp.75-84 in R.A. Fisher: An application, ed. S.E. Fienberg and D.V. Hinkly. Springer Verlag, Berlin.

Jirasripungpun, K., Lewsaree, P. and Cittiharnsa, T. (2007). Screening of microorganism producing in habiting substance on growth of P. larvae larvae spore**.** Research report, Faculty of Science, Silpakorn University.

McCullagh, P. (1980). Regression Models for Ordinal Data. *Journal Royal Statistics* B, *42*, 109-142.

Pongsapukdee, V. and Sukgumphaphan, S. (2007), Goodness-of-Fit of Cumulative Logit Models for Ordinal Response Categories and Nominal Explanatory Variables with Two-Factor Interaction. *Silpakorn University, Science and Technology Journal*, *1*(2)**,** 29-38.

Schwarz, G. (1978). Estimating the dimensions of a model. *Annals of statistics*, *6*, 461-464.

Walker. S.H. and D.B. Duncan. (1967). Estimation of the probability of an event as a function of several independent variables. *Biometrika* , *54*, 167-179.